

Funciones especiales - Facultad de Matemáticas

Funciones Gamma y Beta-Ejercicios

1. (a) Demostrar que para todo $x > 0$

$$\int_0^{\infty} e^{-tx} dt = \Gamma\left(1 + \frac{1}{x}\right)$$

- (b) Calcular

$$\int_{-1}^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{(1+x)^2(1-x)}}$$

2. Demostrar las siguientes igualdades, para $x > 0$ e $y > 0$, de dos formas distintas. Siendo una de ellas mediante la definición de la función beta:

(a) $B(x, y + 1) = B(x, y) - B(x + 1, y)$

(b) $B(x, y + 1) = \frac{y}{x} B(x + 1, y)$

3. Demostrar que $\forall x > 0$ y $\forall y > 0$

$$\int_0^1 t^{x-1}(1-t)^{y-1} \ln t dt = B(x, y)[\Psi(x) - \Psi(x+y)]$$

donde $\Psi(x)$ es la derivada logarítmica de $\Gamma(x)$.