

# Funciones especiales - Facultad de Matemáticas

## Funciones de Bessel - Ejercicios

1. Demostrar que las funciones de Bessel de primera especie verifican la siguiente igualdad:

$$\frac{d}{du} \left[ u^{\frac{\nu}{2}} J_{\nu}(2\sqrt{u}) \right] = u^{\frac{\nu-1}{2}} J_{\nu-1}(2\sqrt{u})$$

2. Demostrar que si  $a > 0$ ,  $b > 0$  y  $\nu > -1$

$$\int_0^{\infty} e^{-a^2 x^2} J_{\nu}(bx) x^{\nu+1} dx = \frac{b^{\nu}}{(2a^2)^{\nu+1}} e^{-\frac{b^2}{4a^2}}$$

3. Deducir, para  $\nu > -\frac{1}{2}$ , la siguiente representación integral

$$J_{\nu}(x) = \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^{\nu}}{\sqrt{\pi} \Gamma\left(\nu + \frac{1}{2}\right)} \int_0^{\pi} \cos(x \cos \theta) \operatorname{sen}^{2\nu} \theta d\theta$$