Funciones especiales - Facultad de Matemáticas

Funciones Elementales-Ejercicios

1. Una función f , continua en el eje real positivo, tiene la propiedad de que cualquiera que sean $x > 0$ e $y > 0$, la integral

$$\int_x^{xy} f(t)dt$$

es independiente de x , es decir sólo depende de y . Si $f(2) = 2$, calcular el valor de la integral

$$A(x) = \int_1^x f(t)dt \text{ para todo } x > 0.$$

2. Si $f(x+y) = f(x)f(y)$ para todo x e y , y si $f(x) = 1 + xg(x)$ donde $g(x) \rightarrow 1$ cuando $x \rightarrow 0$. Demostrar que:

(a) $f'(x)$ existe para cada x .

(b) $f(x) = e^x$.

3. Sea $p(x) = c_0 + c_1x + c_2x^2$ y $f(x) = e^x p(x)$

(a) Probar que $f^{(n)}(0)$, derivada n -ésima de f en el punto 0, es $c_0 + nc_1 + n(n-1)c_2$.

(b) Resolver el mismo problema cuando $p(x)$ es un polinomio de grado 3.

(c) Generalizarlo a un polinomio de grado m .