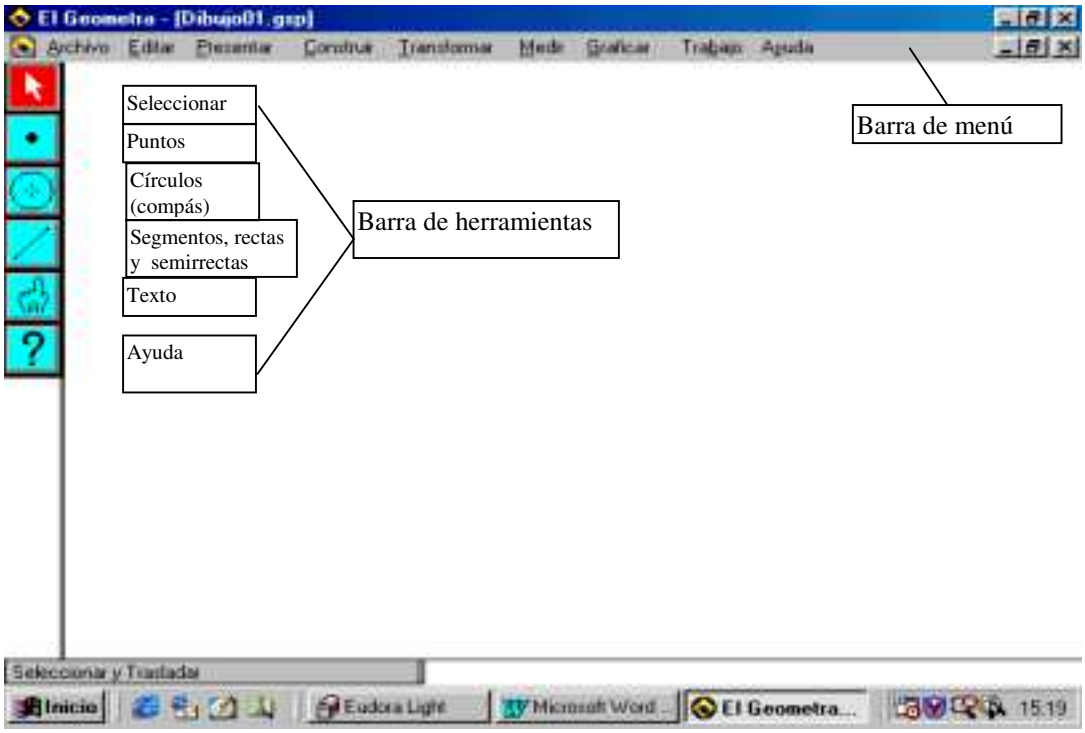
APRENDIENDO A UTILIZAR "EL GEÓMETRA"[1]

1.- INTRODUCCIÓN

En el programa de Geometría Dinámica, al que nos referiremos en lo que sigue "El Geómetra", se puede trabajar con dos elementos fundamentales: **dibujos** que contienen objetos geométricos, construcciones y transformaciones- y **guiones** (o macros) - que contienen grupos de construcciones que se podrán utilizar más de una vez, ya que se pueden guardar y activar en cualquier momento.

En el siguiente cuadro, aparecen descritos los elementos de la pantalla de inicio.



- **Dibujos:** Son dibujos geométricos. Se podrá empezar, con un dibujo en blanco y explorar la geometría partiendo de cero. Cuando se crean dibujos, se combinan objetos -puntos, círculos, segmentos, rectas, semirrectas- con el objetivo de construir

[1]Adaptación de los manuales originales, realizada por Matías Camacho Machín

figuras e investigar propiedades geométricas. También se podrán construir animaciones.

Guiones: Son grabaciones de construcciones geométricas (es decir de objetos geométricos y relaciones que se determinen). Activando un guión, se construirán dibujos.

Con El Geómetra, se puede realizar, entre otras cosas, las siguientes:

1.- Construcciones euclídeas con las herramientas de dibujo que aparecen en la "barra de herramientas" y con los comandos que aparecen en el menú de construcción (**Construir**)

2.- Los comandos del menú de transformaciones (**Transformar**), nos permiten ir más allá de las construcciones euclídeas, dado que se pueden realizar traslaciones, giros, simetrías y homotecias de centro y razón dadas (**Trasladar, Rotar, Reflejar y Dilatar**).

3.- Los menús de medida y gráficas, (**Medir y Graficar**), nos permiten introducirnos en la geometría analítica, pudiéndose medir características de las figuras y trabajar en coordenadas rectangulares y polares.

4.- Combinando los menús Edición y Ver (**Editar y Presentar**) con la herramienta texto y se pueden añadir etiquetas y comentarios, cambiar las propiedades visuales de los objetos que se ven, y crear animaciones.

5.- En los guiones, se pueden agrupar construcciones complejas, dividiéndoles en pasos sencillos, extendiendo las capacidades del programa.

Quizás, la característica más especial de este (y otros programas similares, como el Cabri-geomètré) es la posibilidad de **arrastrar (dragging)** o mover en la pantalla los objetos geométricos construidos, dado que es precisamente dicha característica la que convierte a la geometría que se hace con este software en una **"geometría dinámica".**

Moviendo algunas partes de las figuras construidas (moviendo el ratón pulsado), la figura cambia y sus propiedades siguen siendo válidas después de este movimiento.

Se pasa a continuación a describir, mediante actividades, el manejo del El Geómetra.

2.- CONSTRUCCIONES EUCLÍDEAS

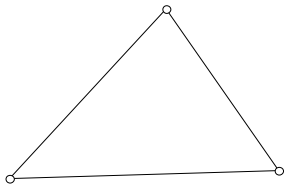
La barra de herramientas que aparece a la izquierda de la pantalla básica del El Geómetra, contiene tres iconos que permiten dibujar: puntos, círculos y líneas:

Nótese, que manteniendo pulsado el botón de la izquierda del ratón, en el icono para **líneas**, éste se despliega dando varias posibilidades: **segmento, recta y semirrecta**.

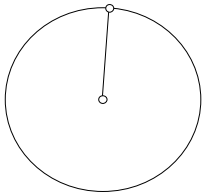
Tengamos en cuenta además, que cuando hacemos click en estos iconos, abajo y a la izquierda (en la barra de estado) aparece una indicación sobre la herramienta seleccionada.

ACTIVIDADES:

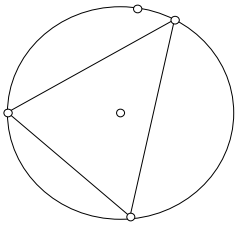
1.- Utilizando las herramientas de dibujo, realizar las figuras siguientes (no las borres y guárdalas utilizando el menú de edición –**Guardar Como**- como dibujo01.gsp, para utilizarlo posteriormente)



Triángulo

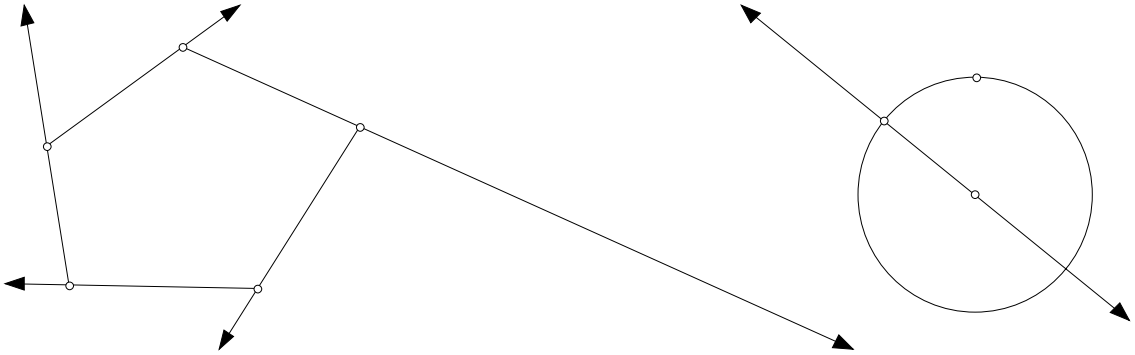


Círculo con radio



Triángulo inscrito en un círculo.

2.- La herramienta de dibujo de líneas tiene tres posibilidades. Para activarla, bastará con mantener el ratón pulsado y moverse hasta la herramienta que se elija. Soltando el ratón quedará activa. Utilizarla para hacer los siguientes dibujos:



3.- Cualquier cosa que se haga en el plano de dibujo se puede deshacer. Se pueden deshacer todas las acciones realizadas antes de la última grabación, incluso, si el documento no ha sido salvado, se puede deshacer hasta el principio (en el menú **Editar**, el comando **Deshacer**). Esta característica no la posee ningún otro software de Geometría Dinámica. Se podrá deshacer todo lo realizado, pulsando la tecla mayúscula y desplegando el menú Editar y eligiendo **Deshacer Todo**

2.1.- Arrastrar (dragging) y seleccionar:

Para arrastrar una figura construida en el El Geómetra, se usa la **flecha de selección**. Activarla:

·.- Intentar arrastrar los dibujos hechos en las actividades anteriores. Responder las siguientes cuestiones para entender el modo de arrastre del programa:

a) Los extremos de los segmentos construidos se denominan puntos de control. ¿Qué ocurre con el segmento si se arrastran dichos puntos?

b) La mayoría de las cosas que aparecen en un dibujo pueden ser arrastradas. Cuando arrastras un segmento ¿Qué propiedades del segmento permanecen constantes?

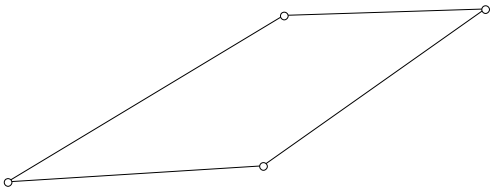
c) ¿Cómo puedes cambiar el radio de un círculo sin cambiar la posición del centro?

d) ¿Cómo se puede cambiar la localización del centro de un círculo sin cambiar su radio?

e) Con la herramienta punto, colocar un punto sobre la circunferencia.¿Qué pasa cuando se arrastra dicho punto?

f) Dibujar dos segmentos que se corten. Situar un punto en la intersección. ¿Qué le ocurre al punto cuando arrastras un segmento hasta que no se intersecten?
¿Qué ocurre cuando arrastras el punto de intersección?

4.- Con la herramienta flecha de selección se puede seleccionar más de un objeto al mismo tiempo, pulsando la tecla mayúscula (**Shift**) a la vez que hacemos click con el ratón sobre el objeto a seleccionar. Esto es útil cuando queremos por ejemplo arrastrar más de un objeto al mismo tiempo.
Dibujar un cuadrilátero como el de la figura siguiente y seleccionar los dos lados siguientes. Seleccionar dos lados concurrentes.



Arrastrar uno cualquiera de los lados seleccionados. ¿Qué ocurre?

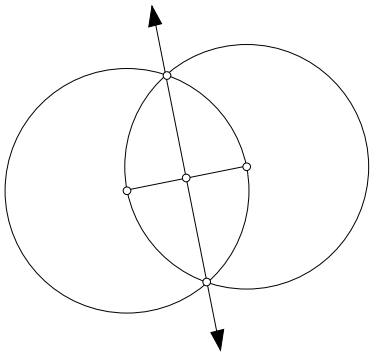
5.- Otra forma de seleccionar más de un objeto consiste en dibujar una zona de selección alrededor de ellos. Para ello, con la flecha de selección activada, se trata de arrastrar el ratón pulsado marcando la zona de objetos a seleccionar (aparecerá un rectángulo formado por líneas discontinuas)

2.2 Utilización del menú de construcción

Puesto que las herramientas de dibujo contienen a la regla y el compás euclidiano, éstas pueden utilizarse para hacer construcciones. Se puede usar solamente

el menú **Construir** para desarrollar algunas construcciones más fácil y rápidamente que con tales herramientas.

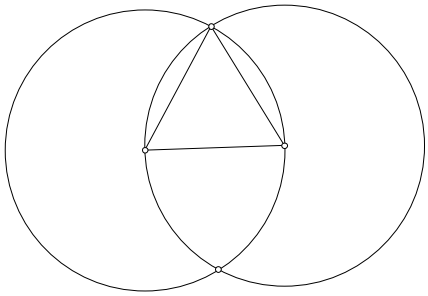
6.- Tratar de construir con las herramientas de dibujo, una mediatriz para un segmento: Se puede hacer construyendo dos círculos, usando cada uno de los extremos como centro y el otro como radio (véase el dibujo siguiente).



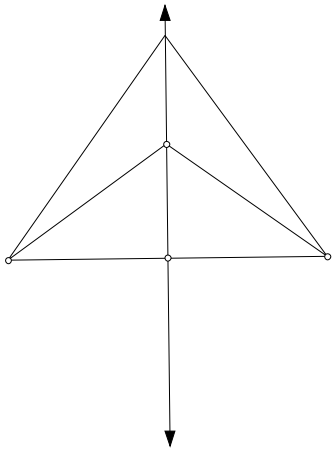
Cuando arrastramos un extremo del segmento, ¿qué le ocurre al dibujo?.

Realizar otras construcciones euclídeas. Por ejemplo:

- Construir un triángulo equilátero.

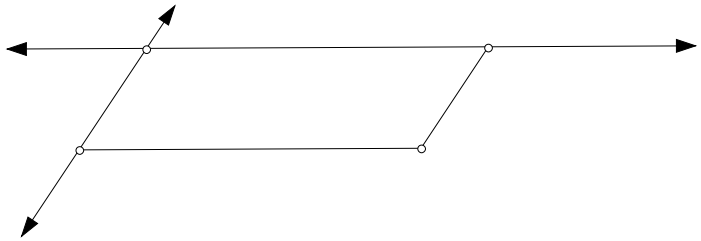


- Construir un triángulo isósceles.



- Construir un rombo.

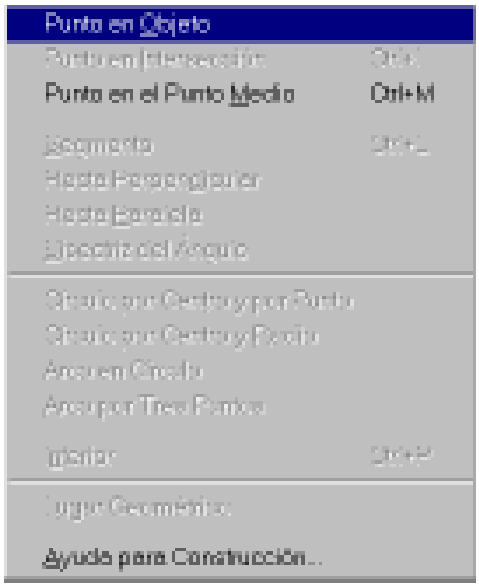
- Construir un romboide.



- Construir un cuadrado.

7.- En el menú **Construir**, existen órdenes para realizar algunas construcciones comunes. *Los comandos estarán en gris, hasta que no se hayan seleccionado los objetos que el programa necesita para realizar la construcción*. Por ejemplo, si queremos construir una perpendicular, debemos primero seleccionar una línea y un punto, para que el programa construya la perpendicular.

Veamos los objetos que se necesitan seleccionar para construir



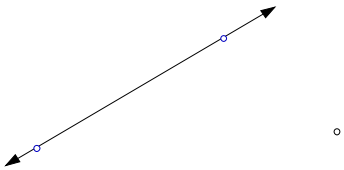
- Uno o más objetos
- Dos recorridos
- Uno o más segmentos
- Dos o más puntos
- Un segmento, recta y semirrecta y uno o más puntos. También, un punto y uno o más objetos rectos.
- Tres puntos (EL ÁNGULO ES EL SEGUNDO)
- Dos puntos.
- Un punto y un segmento
- Tres puntos: centro y 2 ptos. sobre el círculo o círculo y dos puntos sobre él
- Tres puntos
- Un conjunto de puntos (hasta 30, ordenados), un círculo o un arco
- Un objeto y un punto sobre un camino.

NOTA: Para deshacer alguna construcción, se pueden pulsar simultáneamente Ctrl+z

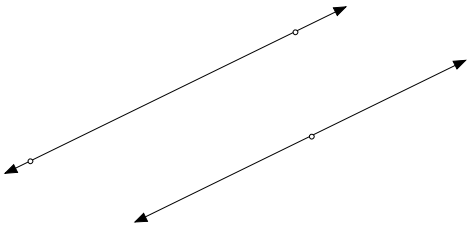
- Construir una recta paralela a otra dada por un punto exterior:

a) Dibujar la recta y el punto

b)Seleccionar la recta y el punto con la flecha de selección



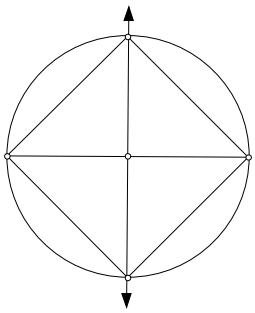
c) Escoger en el menú **Construir** el comando “recta paralela”



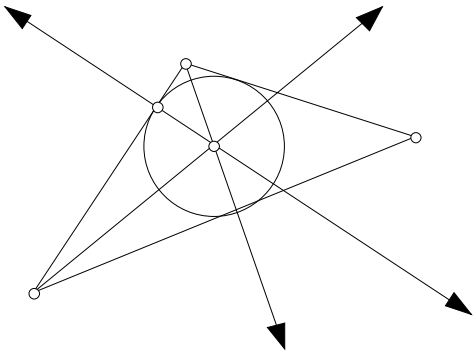
Experimentar, arrastrando con el ratón los elementos de la construcción realizada.

8.-. Intentar otras construcciones del menú:

- Construir el cuadrilátero obtenido uniendo los puntos medios de un cuadrilátero dado.
- Construir un cuadrado.



- Construir el incentro de un triángulo, así como la circunferencia inscrita.



- Construir el ortocentro.

3.- TRANSFORMACIONES GEOMÉTRICAS

Para realizar Traslaciones, giros y homotecias existen dos métodos principales.

a.- Usando, la herramienta selección (flecha)

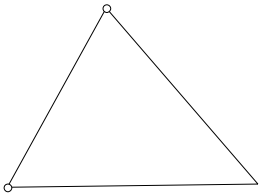
b.- Usando los comandos del menú **Transformar** para crear las imágenes transformadas del objeto original. En este caso, tendremos que suministrar unos argumentos fijos para realizar la transformación (2 cm en la dirección horizontal, girar un ángulo de 45º,...)

a.- Usando las flechas de selección:

9.- *Trasladar* objetos en un dibujo es lo que se ha hecho cuando arrastramos una figura cualquiera construida (toda la figura).

Veamos ahora como *rotar* y cómo *dilatar* (hacer homotecias con la flecha de selección).

Dibujemos un triángulo y seleccionemos un vértice

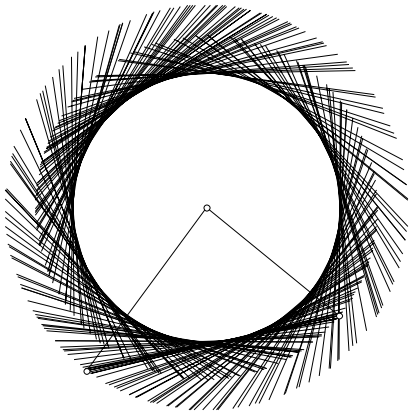


- marcamos, en el menú **Transformar, "Marcar Centro**"

- Abrimos la paleta de flecha de selección y hacemos click sobre la rotación.

- Arrastrando el lado opuesto al vértice del triángulo, se verá cómo el triángulo gira sobre el vértice.

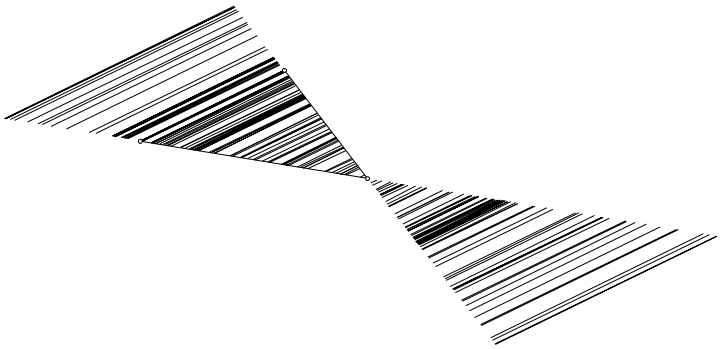
- Manteniendo el lado seleccionado, si elegimos en el menú **Presentar**, el comando **Trazar**, veremos el movimiento desarrollado por el segmento:



Las **homotecias (o dilataciones)** funcionan de manera análoga a las rotaciones:

- Selecciones primero la flecha correspondiente a las dilataciones:

- Arrastrar ahora el lado opuesto del vértice seleccionado anteriormente. Aparecerá algo similar a lo siguiente:



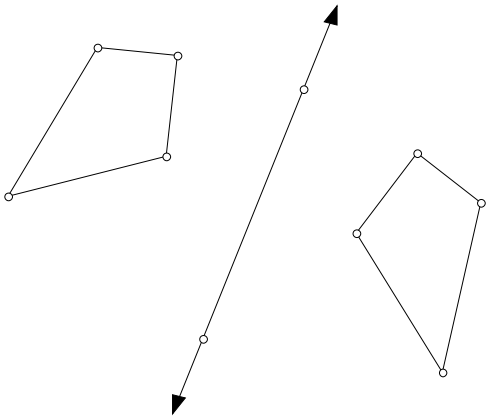
b.- Usando el menú de Transformación.

10.- Las ***simetrías o reflexiones***, necesitan un eje de simetría.

- Primeramente, seleccionamos un "Objeto recto" (recta semirrecta o segmento), y en el menú **Transformar**, pulsamos sobre el comando "**Marcar Eje**".

- Dibujamos y seleccionamos lo que queremos transformar (un polígono,....)

- Elegimos "**Reflejar**" en el menú **Transformar**. Aparecerá entonces la imagen simétrica respecto a la recta seleccionada anteriormente.



Arrastrar los distintos elementos que aparecen.

Traslación: Para trasladar un objeto mediante un vector determinado, se puede utilizar el comando "**Trasladar**" del menú de transformaciones.

- Marcar un punto en el dibujo. Dejarlo seleccionado.

- Escoger en el menú de transformaciones "**Trasladar**". Aparecerá el siguiente cuadro

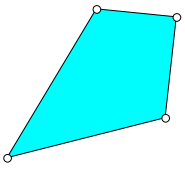
de diálogo

- Seleccionamos las coordenadas del vector traslación (en coordenadas rectangulares o coordenadas polares), y hacemos click sobre OK

Conviene construir un segmento entre puntos homólogos para comprobar la transformación.

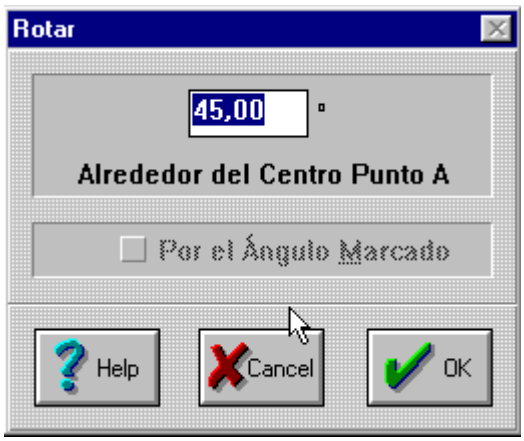
12.- *Giros y homotecias:* Tanto el giro con un centro y un ángulo fijado y las homotecias de centro prefijado, podemos realizarla en este grupo de comandos:

- Dibújese un polígono cualquiera y su interior (comando **Construir**) y un punto A.



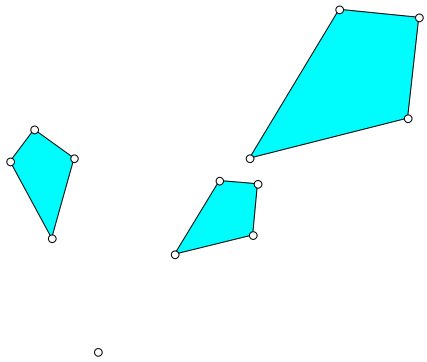
- Seleccionar el punto A y elegir el comando **Marcar Centro** del menú **Transformar**.

- Los comandos **Rotar y Dilatar** en el menú **Transformar** dan lugar a cuadros de diálogo similares al de la traslación. Una vez seleccionado el objeto a transformar,



indicaremos las medidas correspondientes para el ángulo de giro y la razón de la homotecia (**nuevo** es el numerador y **viejo** el denominador).

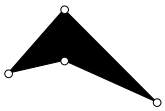
- Podemos aplicar la composición de dos transformaciones. en la gráfica siguiente, ¿cuál se realizó primero?



- Analizar las homotecias con razones negativas y mayores que 1.

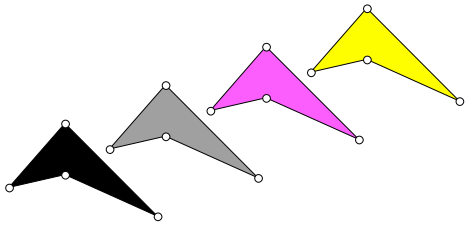
13.- Las transformaciones con cantidades fijas limitan el uso de una experimentación en la que necesitamos utilizar una cantidad diferente de transformaciones. El Geómetra puede utilizar diferentes vectores, ángulos y razones para desarrollar transformaciones dinámicas. Veamos un ejemplo con la traslación:

- Construyamos un dibujo como el siguiente:



- Selecciónense los extremos del segmento y escoger, en el menú transformar, el comando **Marcar Vector A-B**.

- Seleccionar el polígono y escoger **Trasladar** en el menú **Transformar**. En el cuadro de diálogo, elegir **Por el Vector Marcado** y click **OK**. Se obtiene algo similar a lo de la figura siguiente. (hacerlo varias veces)

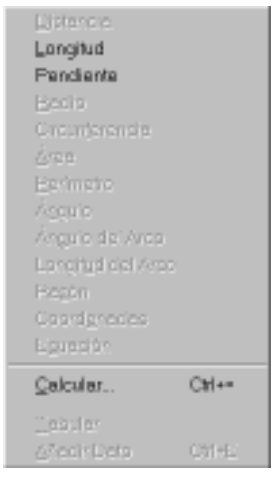


Si arrastramos los puntos A ó B, se observa como la transformación cambia dinámicamente.

4.- CÁLCULO DE MEDIDAS Y GEOMETRÍA ANALÍTICA

Con El Geómetra, se pueden medir diferentes cantidades, y las medidas se actualizan dinámicamente cuando se arrastran.

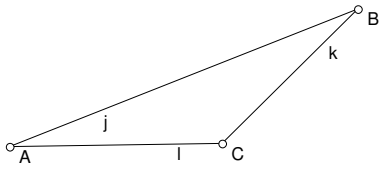
14.- Para medir algo en El Geómetra, seleccionamos los objetos que definen la cantidad que se quiere medir y se elige el comando apropiado del menú de medida (**Medir**).



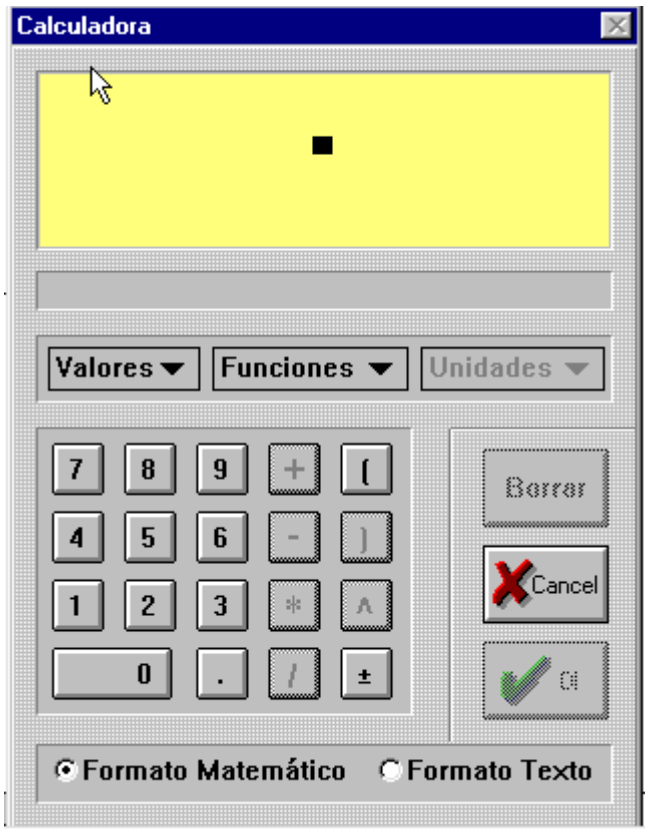
- Dos puntos o un punto y una línea
- Uno o más segmentos.
- Uno o más objetos rectos.
- Uno o más círculos, arcos, sectores circulares, segmentos circulares
- Una o más circunferencias o círculos.
- Uno o más círculos, polígonos, sectores o segmentos circulares.
- Uno o más, polígonos interiores, sectores o segmentos circulares.
- Tres puntos (en orden).
- Uno o más arcos, sectores o segmentos circulares.
- Idem.
- Dos segmentos.
- Uno o más puntos.
- Una o más rectas o circunferencias.

- Dibujar un triángulo y medir sus tres ángulos: Seleccionando el primer punto, con la tecla de mayúsculas pulsada, se seleccionan los otros dos. En el menú de **Medir**, elegir **Angulo.**

m∠ACB =
m∠CBA =
m∠BAC =

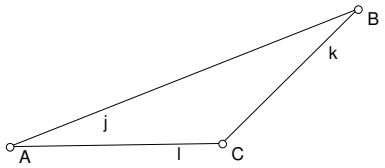


15.- Para calcular una nueva cantidad de unas medidas existentes, se seleccionan las medidas que queramos utilizar en los cálculos y escogemos **Calcular** del menú **Medir**. Como vemos la calculadora contiene un menú "pop-up" con el que podemos escoger las cantidades o medidas calculadas y seleccionadas previamente.



- Calcular la suma de los tres ángulos del triángulo construido. Notemos que no cambia cuando arrastramos los vértices.

m∠ACB =
m∠CBA =
m∠BAC =
m∠BAC + m∠CBA + m∠ACB =



Para el aprendizaje de los aspectos elementales de geometría analítica tratemos de desarrollar la siguiente actividad:

ACTIVIDAD: **COORDENADAS Y ECUACIONES**.

- Dibujar un triángulo y encontrar las coordenadas de los vértices.
- Utilizar la calculadora para calcular la media de las coordenadas x e y de los vértices.
- Dibujar el par (x,y), que debe corresponderse con el baricentro del triángulo.
- Dibujar la mediana del triángulo y encontrar su ecuación.
- Demostrar que el punto obtenido satisface la ecuación de la mediana.

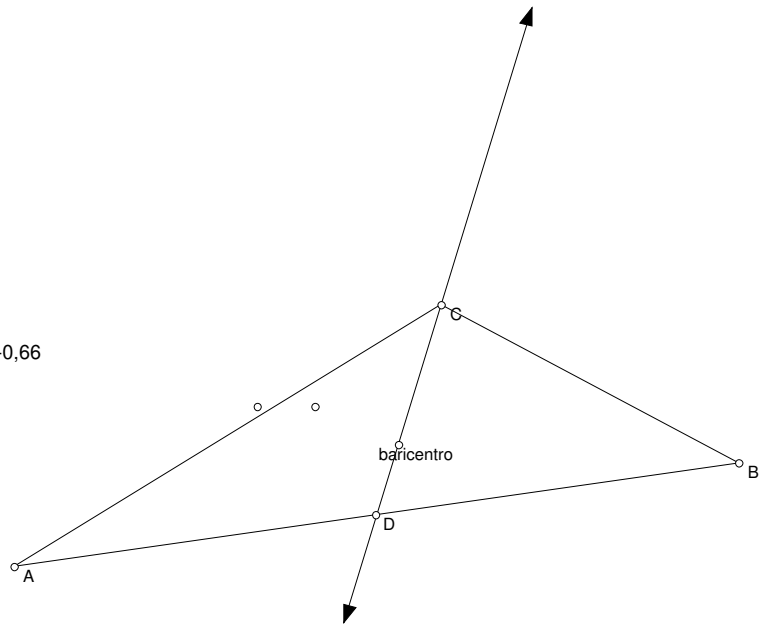
C: (3,20, 1,77)
A: (-4,23, -2,78)
B: (8,39, -0,98)

$\frac{(x_C + x_A + x_B)}{3} = 2{,}45$

$\frac{(y_C + y_A + y_B)}{3} = -0{,}66$

$\overleftrightarrow{DC}$: y = 3,25x - 8,62

$m_{\overleftrightarrow{DC}} \cdot \left(\frac{(x_C + x_A + x_B)}{3} \right) + b_{\overleftrightarrow{DC}} = -0{,}66$



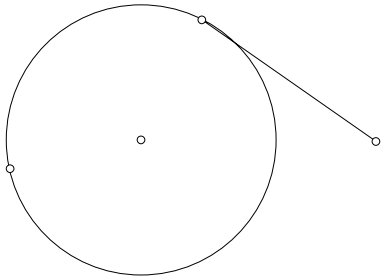
5.- CONSTRUCCIÓN DE ANIMACIONES

La posibilidad de arrastrar objetos constituye la esencia de la geometría dinámica. El Geómetra, permite automatizar los movimientos de arrastre que se pueden conseguir con El Geómetra, que combinándolo con el comando **Trazar**, permite observar la trayectoria descrita por algún o algunos elementos geométricos.

Veamos ahora una forma de estudiar las hipérbolas con El Geómetra:

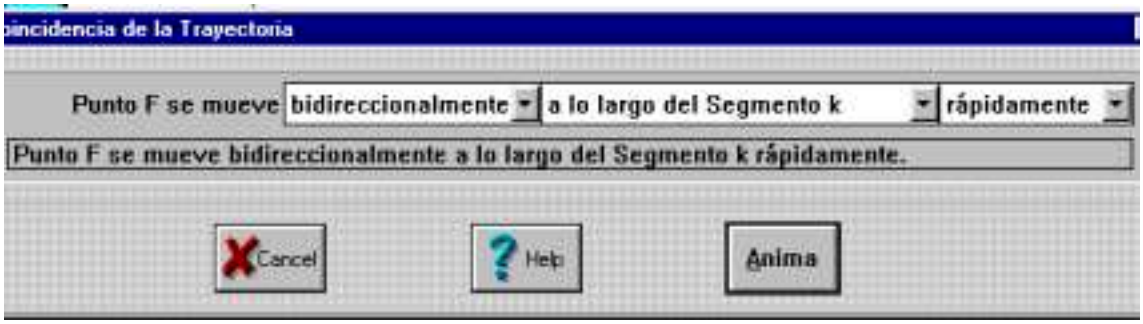
16. Construyamos primeramente la animación:

- Dibujar una circunferencia, y a continuación dibujemos un segmento con uno de los extremos en la circunferencia y el otro en el exterior



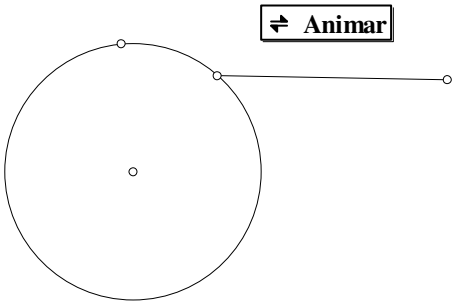
- Para construir animaciones necesitamos un punto y un camino. En este caso, vamos a animar el punto sobre la circunferencia sobre la circunferencia. Entonces, seleccionamos el punto y la circunferencia.

- en el menú **Editar,** escogemos el comando **Botón de Acción**. Se despliega en un submenú en el que se elige **Animación**, apareciendo un cuadro de diálogo que nos permite cambiar la velocidad y la dirección de la animación.



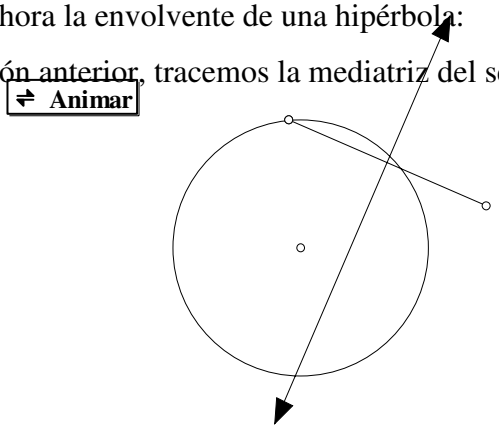
Pulsando **Anima**, aparecerá en el dibujo un botón de animación

- Haciendo doble click sobre el "botón" "**Animación**", se moverá el extremo del segmento sobre la circunferencia.

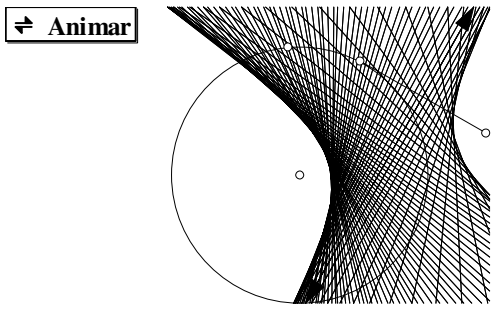


17. Construyamos ahora la envolvente de una hipérbola:

- En la construcción anterior, tracemos la mediatriz del segmento.
-



- Seleccionando la mediatriz, en el menú **Presentar**, elegir el comando **Trazar Línea.**
- Pulsando dos veces en el Botón de animación obtendremos la hipérbola como envolvente.



¿Por qué el lugar geométrico que surge es una hipérbola? Justificarlo.

- Si movemos es extremo libre del segmento original, aparecerán varios lugares geométricos. Describirlos.

6.- ELABORACIÓN DE GUIONES.

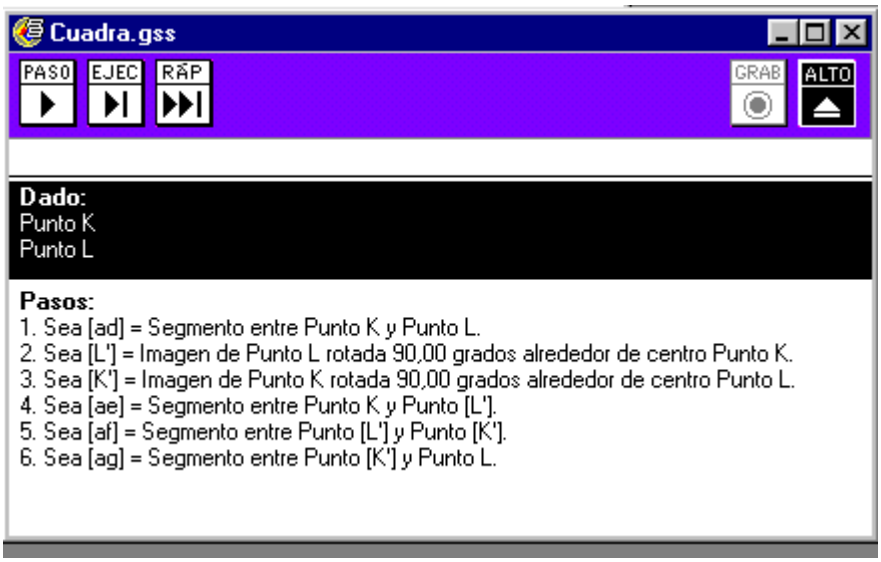
Cuando queremos hacer una construcción específica más de una vez y que queramos usarla en otras ocasiones, podemos guardar la construcción como un **guión.** Por ejemplo, si queremos trabajar con un dibujo que muestre el Teorema de Pitágoras, necesitaríamos construir 3 cuadrados. Podríamos únicamente construir uno y mediante un guión, construir los otros dos..

18. Vamos a preparar un dibujo y un guión que guarde la construcción de un cuadrado.

- Abrir un nuevo dibujo y en el menú de archivos (**Archivo**), utilizar el comando **Nuevo Guión** para obtener una nueva ventana. Colocarla de tal manera que podamos verlas a un mismo tiempo (en el menú **Trabajo** el comando **Mosaico**)

- Pulsar el botón **Grabar** en la ventana del guión.

- Desarrollamos a continuación los pasos necesarios para construir un cuadrado, por ejemplo, utilizando en el menú **Transformar** las rotaciones.
-
- Una vez terminado de construir el cuadrado, pulsamos en el Guión el botón **ALTO**, y podemos salvarlo con el nombre que queramos. Tendremos en pantalla, algo similar a lo siguiente:



-

20. Una vez hecho el guión, podemos guardarlo y utilizarlo.

- En un nuevo dibujo, selecciónese dos puntos y:

- Presionar el botón EJEC (PASO, o RAP) en la ventana del guión. El guión irá desarrollando paso a paso la construcción realizada.

- Construir un triángulo rectángulo y utilícese para construir un cuadrado sobre cada lado del triángulo. Extraer las conclusiones pertinentes sobre el orden de selección de los puntos.

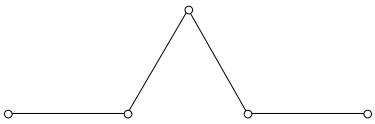
6.1.- Construcción de guiones recursivos:

Abrir un nuevo guión, y activar el icono GRAB para empezar a grabar. En el guión en blanco que aparece,

1.- Construir un segmento horizontal y dividirlo en tres partes iguales. Para hacerlo, bastará, después de fijar uno de los extremos del segmento como centro de homotecia, transformar el otro extremo con razones 1/3 y 2/3.

2.- Construir un triángulo de lado 1/3 del segmento.

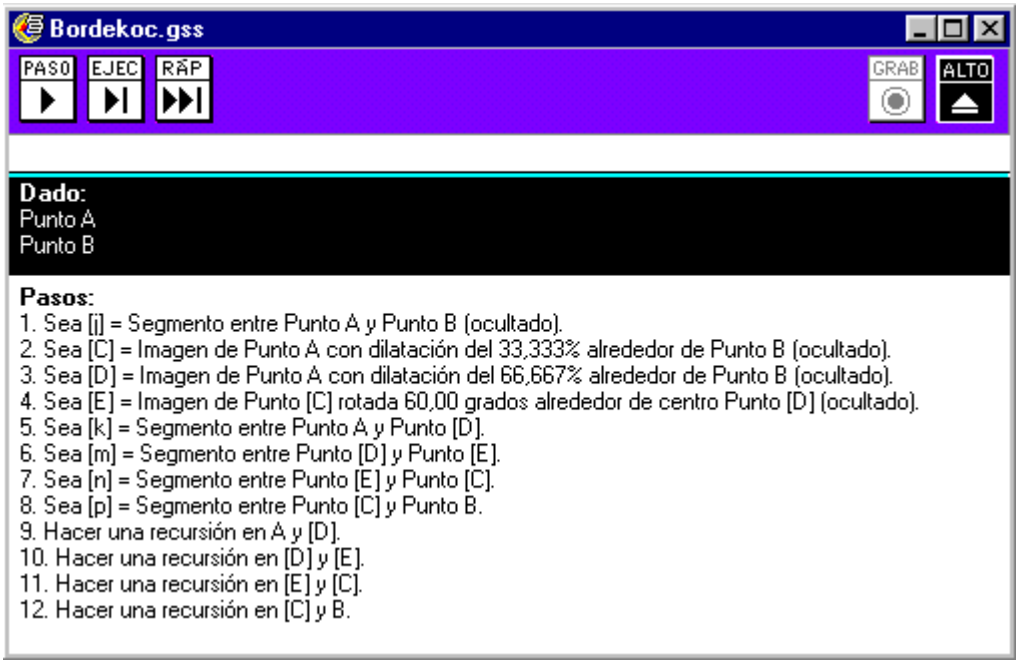
3.- Borrar el segmento original y construir la siguiente figura:



4.- Vamos ahora a construir el proceso recursivo sobre cada uno de los segmentos. Para ello, seleccionamos de izquierda a derecha dos extremos de los nuevos segmentos, y hacemos click en el icono del guión BUCLE. El guión que estamos construyendo hará la misma construcción en ese segmento. Sigamos el mismo proceso con los otros tres segmentos.

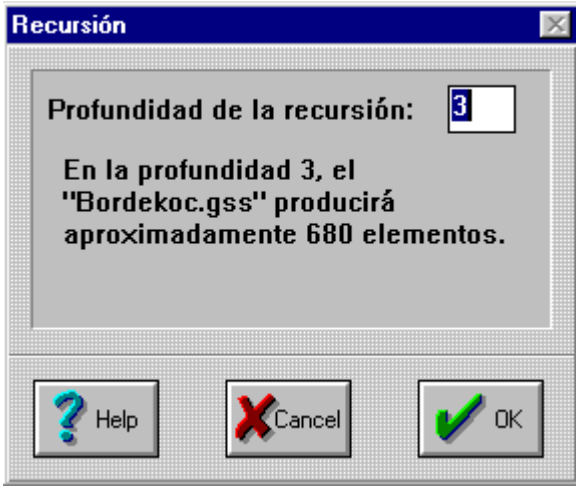
5.- Seleccionemos los vértices de la construcción y del menú **Presentar**, elegimos el comando **Ocultar Puntos**.

6.- Pulsar ALTO en el guión. La ventana del guión será:

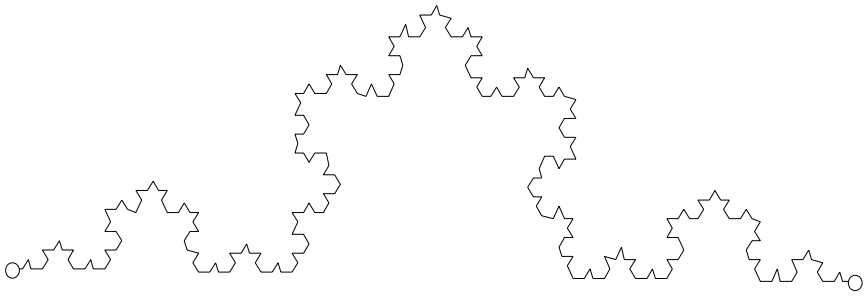


Vamos ahora a ejecutar el guión. Para ello, abramos un nuevo guión y seleccionemos dos puntos (de izquierda a derecha).

- Pulsando RAP en el guión, aparece un cuadro de diálogo

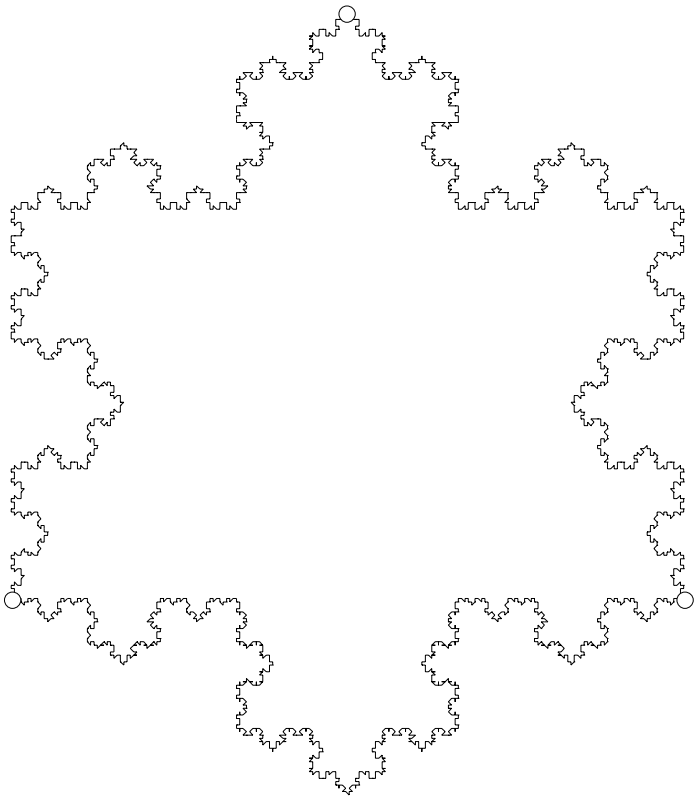


Se realizará una recursión, que repetirá el guión tres veces, y aparecerá la siguiente figura:



-
-
-
- Experimentar con distintos niveles de recursión

- Para crear un “copo de nieve”, construir un triángulo equilátero, y activar el guión en cada lado.



- Analizar el perímetro de la curva obtenida.

- Elaborar un guión que construya un triángulo y los puntos medios de dicho triángulo. Hacer un proceso recursivo sobre los puntos medios, y activarlo.

ACTIVIDADES DE INVESTIGACIÓN

ACTIVIDAD 1: EL BARICENTRO DE UN TRIÁNGULO.

OBJETIVO: Se tratará de descubrir propiedades de las medianas de un triángulo. Al final de realizar la actividad, hacer un guión y salvarlo en un disco, con el objetivo de poder analizar lo que se ha hecho.

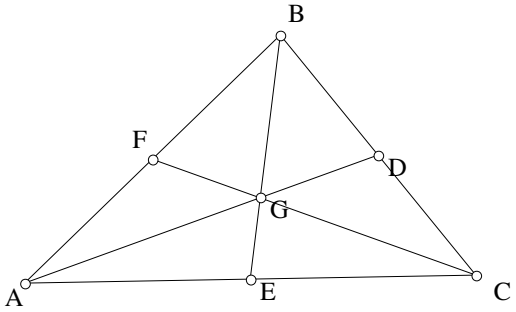
Construir el siguiente dibujo:

1.- Construir un triángulo ABC

2.- Construir los puntos medios de cada lado.

3.- Construir dos medianas, AD y BF, y su punto de intersección.

4.- Construir la tercera mediana.



5.- Medir las distancias de B a G y de E a G.

6.- Calcular la razón BG/EG

Al construir la tercera mediana ¿Pasa por el punto de corte de las otras dos medianas? ¿Qué quiere decir esto?.

Arrastrar cualquier lado o cualquier vértice del triángulo. ¿Se instersectan siempre las medianas en un único punto?

¿Qué le ocurre al valor BG/EG a medida que cambia el triángulo?

Seleccionar las tres mediadas tomadas. En el menú de medida, escoger la opción **Tabular** y rellenar cuatro o cinco medidas en la siguiente tabla:

BG=				
EG=				
BG/EG=				

El punto de intersección de las tres medianas es llamado BARICENTRO.

Escribe las conjeturas a continuación:

.....

.....

.....

Discutir en grupo los resultados obtenidos y establecer claramente las conjeturas realizadas. Puedes añadir en el dibujo los comentarios que desees.

Otras actividades:

1.- Construir los triángulos interiores de los seis triángulos interiores que aparecen en la figura e investigar las relaciones entre sus áreas.

2.- Investigar casos especiales: Triángulos equiláteros, isósceles y escalenos, etc. ¿Tienen las medianas en estos casos propiedades especiales? Escribir y discutir tus conjeturas.

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS:

Nivel: Alumnos entre 15 y 16 años, con conocimientos elementales sobre El Geómetra.

Conocimientos previos: - Clasificación de triángulos
- Mediana.

Tiempo de desarrollo: 20 minutos.

Objetivos:

- Introducir el concepto de baricentro de un triángulo.
- Descubrir que las tres medianas de un triángulo se cortan siempre en el mismo punto.

Conjeturar y comprobar que el baricentro de cualquier triángulo divide a la mediana en dos partes cuyas longitudes están en la proporción 2/1

- Obtener la propiedad de que los seis triángulos que se obtienen (interiores) son equivalentes aunque no tienen por qué ser congruentes.
- Comprobar que en un triángulo isósceles o equilátero las líneas notables coinciden.

Posibles extensiones:

- Obtener los restantes puntos notables de cualquier triángulo (ortocentro, incentro, circuncentro).
- Comprobar la alineación de el baricentro, incentro y circuncentro: La recta de Euler.
- Se puede imprimir la construcción realizada en cartulina, y comprobar que el baricentro representa "físicamente" el centro de gravedad del triángulo (tratar de mantener el triángulo en equilibrio con un lápiz o un palito apoyado en su baricentro).

ACTIVIDADES DE EXPLORACIÓN

ACTIVIDAD 2:

USANDO LAS PROPIEDADES DE LOS ROMBOS.

Usar las propiedades que conoces de los rombos, o experimentar, para encontrar diferentes formas de construir un rombo con El Geómetra. Considérese como se podría usar las propiedades de las diagonales.

Describir a continuación cada uno de los métodos usados, y listar las propiedades usadas para construirlo por cada método. Guardar un "guión" para cada una de las construcciones. ¿Cuál es el mejor método? (es decir el más rápido o que menos pasos necesite). Comparar los resultados con los otros compañeros.

Método 1 .....
.....
.....

Propiedades.....
.....
.....

Método 2 .....
.....
.....

Propiedades.....
.....
.....

Método 3 .....
.....
.....

Propiedades.....
.....
.....

Método 4 .....
.....
.....

Propiedades.....
.....
.....

Método 5 .....
.....
.....

Propiedades.....
.....
.....

Método 6 .....
.....

Propiedades.....
.....
.....

ACTIVIDADES DE INVESTIGACIÓN

ACTIVIDAD 3: PROPORCIONALIDAD Y ÁREA.

OBJETIVO: En esta actividad se tratará de descubrir la relación entre las áreas de figuras semejantes.

1.- Construir dos segmentos: AB, CD, con AB>CD.

2.- Construir un polígono cualquiera y su interior.

3.- Construir un punto P exterior al polígono y etiquetarlo como "Centro".

4.- Seleccionar AB y CD, obtener AB/CD (En el menú medir, elegir **Calcular**), tomar este valor como razón (Menú Transformar, opción Marcar razón). Esta será la razón utilizada..

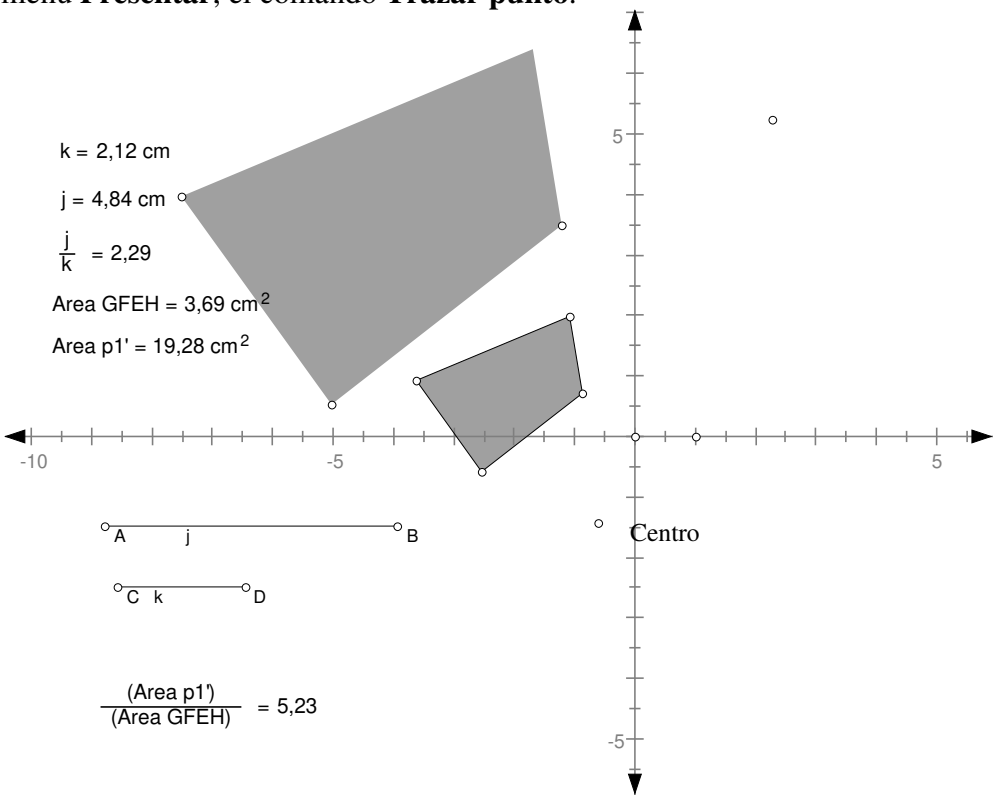
5.- Aplicar una homotecia tomando como centro el elegido y con la razón de homotecia ya marcada (el polígono transformado será mayor).

6. Medir la razón de un lado del polígono transformado con el correspondiente lado del polígono original.

7.- Repetir el cálculo de razones para los demás lados. ¿Cuál es la razón?.

8.- Medir las áreas de los polígonos. Calcular la razón entres las áreas. (El transformado y el original, en este orden)

9.- Seleccionar por el siguiente orden, la medida de la razón de las longitudes de los lados y la razón calculada. Escoger en el menú Gráficas, **Graficar como (x,y),** y elegir en el menú **Presentar**, el comando **Trazar punto**.



INVESTIGACIÓN:

Arrastrar el punto A experimentando con distintos factores de escala. El punto elegido como trazador, recorrerá un camino, que representa la relación entre la razón y las áreas de los distintos polígonos. ¿Te da alguna idea de la relación que existe entre la razón de las longitudes de los lados y la razón entre las áreas de los polígonos

semejantes que van apareciendo?. Medir las coordenadas de los puntos dibujados. Una primera sugerencia, sería intentarlo con números sencillos. Así, muévase A tal que la razón entre los segmentos sea 2 (coordenada x). ¿Cuál es la razón entre las áreas? ¿y cuando j/i = 3? ¿y cuando la razón entre las longitudes es 1?. ¿cuál será en general la razón entre las áreas?. Reunir los resultados obtenidos en una tabla para confirmar tu conjetura. Escribirla a continuación:

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Discutirla con tus compañeros.

ACTIVIDAD DE INVESTIGACIÓN

ACTIVIDAD 4:EL TEOREMA DE MORLEY

OBJETIVO: Es sabido que es imposible realizar la trisección de un ángulo utilizando solamente una regla no graduada y un compás. Es este uno de los tres problemas clásicos griegos. Sin embargo, con El Geómetra es fácil hacerlo. En esta actividad se trisecarán los tres ángulos de un triángulo y se descubrirá una interesante propiedad de un triángulo obtenido a partir de esta trisección.

1.- Construyamos, un triángulo, utilizando la herramienta "semirrecta", dibujándolas en sentido contrario de las agujas del reloj.

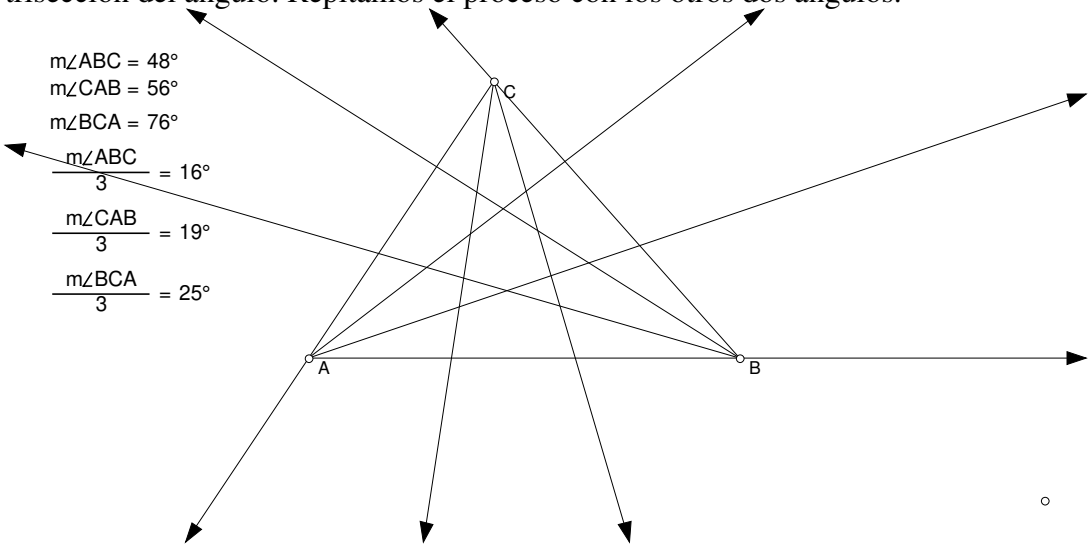
2.- Medir cada ángulo del triángulo

3.- Utilizar la calculadora del El Geómetra para calcular 1a tercera parte de cada ángulo.

4 Seleccionar el punto A y escoger **Marcar Centro** en el menú Transformar.

5.- Seleccionar la medida m<CAB/3 y elegir en el menú Transformar, el comando **Marcar Ángulo**.

6.- Girar la semirrecta AB con el ángulo seleccionado dos veces, obteniendo así la trisección del ángulo. Repitamos el proceso con los otros dos ángulos.



INVESTIGACIÓN:

El Teorema de Morley, garantiza que ciertas intersecciones de estas trisecciones forman un triángulo equilátero. Experimentar para encontrarlo. Una vez hecho esto, arrastremos los vértices del triángulo para confirmar que el triángulo es efectivamente equilátero. Establecer a continuación el Teorema de Morley:

.....

.....

.....

Presentar los resultados y discutirlos.

Para profundizar:
1.- Observar si se pueden encontrar otras relaciones o triángulos especiales en la figura obtenida.
2.- Construir semirrectas desde los vértices del triángulo original por los vértices opuestos del triángulo equilátero. ¿Qué notas?
3.- Construir un triángulo, utilizando rectas en lugar de semirrectas. Trisecar los ángulos exteriores. ¿Se puede encontrar un triángulo equilátero entre las intersecciones de estos trisectores?