Métodos Numéricos I

Curso 2001-2002

Colección de Problemas

Capítulo 5. Métodos especiales para polinomios I

HOJA 1

1. Determinar un polinomio que tenga raíces simples en 1 y -7, doble en 2 y triple en 0.

2. Resolver la ecuación $4x^4 + 20x^3 + 13x^2 - 30x + 9 = 0$, sabiendo que tiene dos raíces dobles.

3. Resolver la siguiente ecuación, sabiendo que tiene dos raíces dobles

$$(x-1)^7 = x^7 - 1.$$

4. ¿ Que condiciones deben satisfacer los coeficientes de la ecuación

$$x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$$

para que pueda escribirse en la forma,

$$(x^2 + lx)^2 + m(x^2 + lx) + n = 0 \qquad ?$$

como aplicación , resolver la ecuación :

$$x^4 + 6x^3 + 4x^2 - 15x + 1 = 0.$$

5. Sea $P(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots\cdots + a_1 x + a_0 \quad ; \quad a_n \cdot a_0 \neq 0 \quad ; \; a_i \in \mathbb{Z}$. Sea $r = \dfrac{p}{q}$ un cero racional de $P(x)$ expresado en forma irreducible. Entonces p es divisor de a_0 y q es divisor de a_n.A partir del resultado, hallar las posibles raíces racionales de la ecuación:

$$2x^3 - 11x^2 + 17x - 6 = 0$$

6. Sea $P(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots\cdots + a_1 x + a_0 \quad (a_n \cdot a_0 \neq 0), a_i \in \mathbb{Z}$. Sea $r = \dfrac{p}{q}$ (m.c.d. (p,q) = 1) raíz de $P(x)$. Entonces $p - q$ es un divisor de $P(1)$ y $p + q$ es un divisor de $P(-1)$. Como aplicación, hallar las raíces racionales de la ecuación :

$$2x^3 - 3x^2 - 4x + 6 = 0$$

Métodos Numéricos I

Curso 2001-2002

Colección de Problemas

Capítulo 5. Métodos especiales para polinomios I

HOJA 2

7. Hallar las raíces racionales de cada uno de los siguientes polinomios:

   a) $p(x) = 8x^4 - 6x^3 + 19x^2 - 18x - 15$ *b)* $p(x) = 7x^4 - 36x^3 - 9x^2 + 72x - 10.$

   c) $p(x) = 60x^3 + 59x^2 - 61x + 1.$ *d)* $p(x) = 6x^3 - x^2 + 30x - 5.$

   e) $p(x) = x^4 + \frac{1}{6}x^3 + \frac{2}{3}x^2 + \frac{1}{6}x - \frac{1}{3}.$ *d)* $p(x) = 6x^4 + \frac{29}{2}x^3 - \frac{21}{2}x^2 - \frac{43}{2}x - 6.$

8. Utilice el **algoritmo de Horner** para evaluar los polinomios siguientes y sus derivadas, en el punto que en cada caso se indican.

   (a) $p(x) = 3x^6 + 2x^4 - 5.4x + 1 \quad \text{en} \quad x = 1.2$

   (b) $p(x) = -5.25x^4 - 3x^3 + 2x - 1.23 \quad \text{en} \quad x = -0.4$

   (c) $p(z) = 7z^{10} - 3z^9 + 0.5z^7 - 2z^3 + 2z \quad \text{en} \quad z = 2.56$

   (d) $p(w) = -5.67w^7 - 4w^6 + 5w^5 - 3w^2 + 8 \quad \text{en} \quad w = 5.3$

9. Dados los siguientes polinomios, pruebe que existe una única raíz, contenida en el intervalo indicado en cada caso y utilizando el método de Newton-Horner, calcule una aproximación de esta raíz con una precisión de 10^{-3}.

   (a) $p(x) = x^3 - 3x^2 + 2x - 7 \quad \text{con} \quad I = [3; 4]$

   (b) $p(x) = 2x^5 + 5x^4 - 4x^3 - 10x^2 + 2x + 5 \quad \text{con} \quad I = [-3; -2]$

   (c) $p(x) = 2x^3 - 7x^2 + 16x - 15 \quad \text{con} \quad I = [1; 2]$

10. Determinar con una precisin de 10^{-5} la mayor raíz de los polinomios:

    a) $p(x) = 2x^4 + 3x^3 - 4x^2 - x - 1$ *b)* $p(x) = x^4 - x^3 - 2x^2 + 5x + 10$

    c) $p(x) = 60x^3 + 59x^2 - 61x + 1$

11. Aplicar el método de Bairstow a los siguientes polinomios con el factor cuadrático aproximado asociado, con el fin de obtener las correspondientes raíces complejas con una precisión de 10^{-4}:

    (a) $p(x) = 2x^4 + 1.2x^3 - 37.9x^2 + 2.4x + 8 \quad , \quad x^2 + 5x + 2.$

    (b) $p(x) = x^4 - 1.1x^3 + 2.3x^2 + 0.5x + 3.3 \quad , \quad x^2 + x + 1.$

    (c) $p(x) = x^4 - 5x^3 + 8x^2 - x - 5 \quad , \quad x^2 - 4.2x + 5.3$