PROGRAMA DE ANÁLISIS MATEMÁTICO V

Curso 2001-2002

Tema 1. Conceptos básicos.

1.1. Ejemplos de interés físico. Dinámica de poblaciones, desintegración radiactiva, ley de enfriamiento de Newton, oscilador armónico.

1.2. Ecuaciones y sistemas; normalización. Problema de Cauchy. Unicidad de soluciones, ejemplos de no unicidad, prolongación de soluciones, ejemplo de explosión en tiempo finito.

1.3. Método de isoclinas. Método de Euler.

Tema 2. Resolución de ecuaciones elementales de primer orden.

2.1. Ecuaciones en variables separadas.

2.2. Ecuaciones homogéneas.

2.3. Ecuaciones lineales, de Bernoulli y Ricatti.

2.4. Ecuaciones exactas. Factores integrantes.

2.5. Aplicaciones a ejemplos de interés físico. Dinámica de poblaciones, leyes de Malthus y logística, desintegración radiactiva, método del Carbono 14, problemas de mezclas, reacciones químicas.

Tema 3. Teoremas de existencia y unicidad.

3.1. Teoremas de punto fijo: teoremas de la Aplicación Contractiva y de Schauder.

3.2. Criterios de compacidad: teorema de Ascoli-Arzelá.

3.3. Teorema de Picard-Lindelöf. Aproximaciones sucesivas, contraejemplo de Müller.

3.4. Teorema de Cauchy-Peano. Método de sub y supersoluciones.

3.5. Otras condiciones para la unicidad local.

3.6. Prolongación de soluciones. Concepto de solución maximal.

Tema 4. Dependencia respecto a datos iniciales y parámetros.

4.1. Lema de Gronwall.

4.2. Dependencia continua respecto a datos iniciales y parámetros. Teorema de Kamke.

4.3. Diferenciabilidad respecto a parámetros.

Tema 5. Ecuaciones lineales.

5.1. Generalidades sobre las ecuaciones lineales.

5.2. Sistemas homogéneos: espacio vectorial de las soluciones.

5.3. Matriz fundamental de una ecuación lineal. Exponencial de una matriz, forma canónica de Jordan, fórmula de Jacobi-Liouville.

5.4. Fórmula de variación de las constantes de Lagrange.

5.5. Ecuaciones lineales con coeficientes constantes. Independencia lineal de soluciones, wronskiano, ecuación característica, método de coeficientes indeterminados, método de variación de parámetros.

5.6. La transformada de Laplace.

5.7. Aplicaciones de las ecuaciones lineales de segundo orden. Oscilaciones libres y forzadas, resonancia, circuitos RLC.

Tema 6. Ecuaciones lineales con coeficientes variables.

6.1. Ecuación de Euler.

6.2. Cálculo de soluciones mediante series de potencias.

6.3. Puntos ordinarios y singulares. Teoremas de Fröbenius.

6.4. Funciones especiales y aplicaciones. Polinomios de Laguerre, Lagrange y Hermite. Funciones de Bessel, problemas de autovalores.

Tema 7. Introducción a la teoría cualitativa.

7.1. Puntos de equilibrio de sistemas autónomos. Estabilidad de los puntos de equilibrio, clasificación de puntos de equilibrio en sistemas lineales planos.

7.2. Estabilidad según la primera aproximación. Integrales primeras.

7.3. Ejemplos de sistemas no lineales. El péndulo no lineal, sistemas de Lotka-Volterra, ecuación de Van der Pol.