1. - Demostrar usando la definición:

$$a)\ \lim_{n\to\infty}\frac{n-1}{n+1}=1 \qquad b)\ \lim_{n\to\infty}\frac{n^2-1}{4n^2-2}=\frac{1}{4}$$

$$c)\ \lim_{n\to\infty}\frac{n+1}{2n+3}=\frac{1}{2} \qquad d)\ \{0.9,\ 0.99,\ 0.999,\ldots\}\longrightarrow 1$$

2. - Calcular los límites que siguen:

$$a)\ \lim_{n\to\infty}\frac{5n^3-7}{7n^3+2n-1} \qquad b)\ \lim_{n\to\infty}\frac{\left(\sqrt{n^2+1}+n\right)^2}{\sqrt[3]{n^6+1}}$$

$$c)\ \lim_{n\to\infty}\frac{1-2+3-4+5-6+\ldots-2n}{n^2+1} \qquad d)\ \lim_{n\to\infty}\sqrt{n+1}-\sqrt{n}$$

$$e)\ \lim_{n\to\infty}\sqrt{n^2+pn+q}-\sqrt{n^2+rn+s} \qquad f)\ \lim_{n\to\infty}\sqrt{n^2+an+b}-n$$

$$g)\ \lim_{n\to\infty}\frac{4+7+10+\ldots+(3n+1)}{2n^2-1} \qquad h)\ \lim_{n\to\infty}\frac{2+4+6+\ldots+2n}{1+\frac{1}{4}+\frac{1}{4^2}+\ldots\frac{1}{4^n}}$$

$$i)\ \lim_{n\to\infty}\left(\frac{1+3+5+\ldots+(2n-1)}{n+1}-\frac{2n+1}{2}\right) \qquad j)\ \lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{a^n+b^n}\quad a>0,\ \ b>0$$

$$k)\ \lim_{n\to\infty}\sqrt{n^2+2n-2}-\frac{n}{2} \qquad m)\ \lim_{n\to\infty}\left[\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\ldots\left(1-\frac{1}{(n-1)^2}\right)\right]$$

$$n)\ \lim_{n\to\infty}\frac{1+2+3+\ldots n}{n^2} \qquad o)\ \lim_{n\to\infty}\frac{1+\frac{1}{2}+\ldots\frac{1}{2^n}}{1+\frac{1}{3}+\ldots\frac{1}{3^n}}$$

$$p)\ \lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\left(1+\sqrt{2!}+\ldots\sqrt[n]{n!}\right) \qquad q)\ \lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{1.2}+\frac{1}{2.3}+\frac{1}{3.4}+\ldots\frac{1}{n(n+1)}\right)$$

$$r)\ \lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{n}+\frac{1}{2n}+\frac{1}{3n}+\ldots\frac{1}{n^2}\right) \qquad s)\ \lim_{n\to\infty}\frac{3^n+7}{5^n-4}$$

$$t)\ \lim_{n\to\infty}\frac{(n+1)(n+2)(n+3)}{n^3}$$

3. - Consideremos la sucesión definida por recurrencia:

$$a_n=\sqrt{\frac{1+a_{n-1}}{2}},\quad \text{con } a_1=2.$$

Demostrar que es convergente y hallar su límite.

4. - Demostrar que $\lim_{n\to\infty} a_n = 1$ para $a_{n+1} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}(a_n)^2$, con $a_1 = \frac{1}{4}$.

5. - Sea $a \in (0, \frac{1}{4})$ definimos por recurrencia la sucesión $S_{n+1} = a + (S_n)^2$ siendo $S_1 = 0$. Estudiar la convergencia y determinar su límite.

6. - Consideremos la sucesión $\sqrt{2}$, $\sqrt{2+\sqrt{2}}$, $\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}, \ldots$. Demostrar que es convergente y hallar su límite.

7. - Sea $a_1 = 2$ y $a_n = 5a_{n-1} + 3$. Calcular

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{5^n}$$

8. - Determinar la relacion entre a y b, para que se verifique la siguiente igualdad:

$$\lim_{n\to\infty} \left[\frac{n+4}{n+1}\right]^{an+b} = \lim_{n\to\infty} \left[\frac{n+b}{n+2}\right]^{n+2}$$

9. - Calcular los siguientes límites

$a)$ $\lim_{n\to\infty} \left[\frac{n^2+3n-5}{n^2-4n+2}\right]^{\frac{n^2+5}{n+2}}$

$b)$ $\lim_{n\to\infty} \left[\sqrt{\frac{1+3n}{5+3n}}\right]^{\frac{n^2}{2n-1}}$

$c)$ $\lim_{n\to\infty} \left[2+3n^4\right]^{\frac{1}{1+2Ln(n)}}$

$d)$ $\lim_{n\to\infty} \frac{(a+n)(n-1)^{n-1}}{n^n}$

$e)$ $\lim_{n\to\infty} \left(\sqrt{\frac{n+1}{n}}\right)^{\frac{1}{\sqrt{n-1}-\sqrt{n}}}$

$f)$ $\lim_{n\to\infty} \frac{Ln(4n^2+2n+1}{Ln(n)}$

$g)$ $\lim_{n\to\infty} \frac{Ln(5n^2+7n^3+8n^2+3n-2)}{Ln(6n^3+4n^2+3n-1)}$

$h)$ $\lim_{n\to\infty} e^{-n}\cos(3n)$

$i)$ $\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n+sen(n)}$

$j)$ $\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n^2+n\cos(n)}$

$k)$ $\lim_{n\to\infty} \left(\frac{2}{n+1}\right)^{\frac{2}{2+Ln(n)}}$

$l)$ $\lim_{n\to\infty} \left(5n^3+4n-1\right)^{\frac{1}{Ln(n^2+7n-5)}}$

$m)$ $\lim_{n\to\infty} \left(1+Ln(n^2-5n+3)-Ln(n^2+3n-5)\right)^{2n-5}$

10. - Resolver los siguientes límites

$a)\ \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{\frac{(a+1)(a+2)\ldots(a+n)}{n!}}$ $\quad b)\ \lim_{n\to\infty} \frac{1+2\sqrt{2}+\ldots n\sqrt{n}}{n^2\sqrt{n}}$

$c)\ \lim_{n\to\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}\left[\frac{1}{\sqrt{1}}+\frac{1}{\sqrt{2}}+\ldots\frac{1}{\sqrt{n}}\right]$ $\quad d)\ \lim_{n\to\infty} \frac{Ln(2)+Ln(3)+\ldots Ln(n)}{n^2}$

$e)\ \lim_{n\to\infty} \frac{2Ln\left(\frac{4}{2}\right)+\ldots nLn\left(\frac{n+2}{n}\right)}{n}$ $\quad f)\ \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n^2}\left[\frac{2}{1}+\frac{3^2}{2}+\ldots+\frac{(n+1)^n}{n^{n-1}}\right]$

$g)\ \lim_{n\to\infty} \frac{1^p+2^p+\ldots n^p}{n^{p+1}}\ \ p\in\mathbb{R}$ $\quad h)\ \lim_{n\to\infty} \frac{Ln(1)+\ldots Ln(n)}{nLn(n)}$

$i)\ \lim_{n\to\infty} \frac{1^p+3^p+\ldots(2n-1)^p}{n^{p+1}}$ $\quad j)\ \lim_{n\to\infty} \left[\frac{Ln(n+a)}{Ln(n)}\right]^{nLn(n)}$

11. - Si $a_n \longrightarrow a$, ¿qué se puede decir de $\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$?