1. - Escribe los cinco primeros términos de cada serie:

$$a)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n+1}{n} \quad b)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{n} \quad c)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(1)^{n-1}}{n(n+1)}$$
$$d)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n3^n} \quad e)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+1}{n!} \quad f)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot\cdots\cdot(2n-1)}{n!}$$

2. - Expresar como cociente de números enteros los siguientes números decimales:

$$a)0.2222222\ldots \quad b)0.555555\ldots \quad c)0.393939\ldots$$
$$d)0.61616161\ldots \quad e)1.367367 \quad f)2.377777\ldots$$

3. - Determinar si la serie : $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k}\right)$ es convergente o divergente.

4. - Determinar los valores de x para los que divergen las series indicadas

$$a)\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{x}{2}\right)^{n-1} \quad b)\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{x}\right)^{n-1} \quad c)\sum_{n=1}^{\infty}2^n x^{2n}$$

5. - Determinar si las series son convergentes y aquellas que lo sean aproximarlas tantas cifras decimales como indique el número de su apartado.

$$1)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}\,2^{2n-1}}{n\,3^n} \quad 2)\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{2n+1}{3n-1}$$
$$3)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{(2n-1)!} \quad 4)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n!}$$
$$5)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n^3} \quad 6)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{n}}$$

6. - Aproximar la suma de la serie convergente de manera que el error cometido sea menor que la cantidad indicada.

$$a)1\ -\ \frac{1}{4^2}\ +\ \frac{1}{4^3}\ -\ \frac{1}{4^4}\ +\cdots;\ \ 10^{-3}$$

$$b)1\ -\ \frac{2}{5^2}\ +\ \frac{3}{5^3}\ -\ \frac{4}{5^4}\ +\cdots;\ \ 10^{-4}$$

7. - Determinar el caracter de las siguientes series:

$a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{(n+1)!}$

$b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n+1)^3}$

$c) 1 + \frac{2^2+1}{2^3+1} + \frac{3^2+1}{3^3+1} + \frac{4^2+1}{4^3+1} + \cdots$

$d) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{n}}{n^3\ Ln(n)}$

$e) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}$

$f) \sum_{n=1}^{\infty} n\ e^{-n}$

$g) \frac{1}{1^2} + \frac{1}{1^1} + \frac{1}{3^4} + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{5^6} + \frac{1}{5^5} + \cdots$

$h) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n$

$i) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{sen^4(n)}{n^2}$

$j) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{Ln(n)}{n}$

$k) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n+1)(n+2)}$

8. - Estudiar la convergencia de las series siguientes según los diferentes valores del parámetro λ.

$a) S = \frac{2^\lambda}{1\cdot 2\cdot 3} + \frac{3^\lambda}{2\cdot 3\cdot 4} + \frac{4^\lambda}{3\cdot 4\cdot 5} + \cdots$

$b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+1}{n\ \lambda^n}$

$c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^\lambda}{(n+1)(n+2)(n+3)}$

9. - Supongamos $\{a_n\}$ una sucesión de términos positivos y $\sum a_n$ una serie convergente. ¿Qué carácter tiene la serie $\sum \frac{1}{1+a_n}$?

10. - Demostrar que si la serie de términos positivos $\sum a_n$ es convergente entonces la serie $\sum \frac{n+1}{n}\, a_n$ tambien es convergente.

11. - Tratar la convergencia de las series siguientes:

$a)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n!}{3^n}$

$b)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n+1}{7^n}$

$c)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^n}{1\cdot 3\cdot 5\cdot\cdots\cdot(2n-3)(2n-1)}$

$d)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{Ln(2)\cdot Ln(3)\cdots Ln(n)}{n!}$

$e)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^n}{3^n\ n!}$

$f)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{(n+1)!}$

$g)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2+1}{5^n}$

$h)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{n^4+n^2}}$

$i)\frac{3}{2\cdot 4}+\frac{3\cdot 4}{2\cdot 4\cdot 6}+\frac{3\cdot 4\cdot 5}{2\cdot 4\cdot 6\cdot 8}+\cdots$

$j)\sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{n+1}{2n+1}\right]^n$

$k)\sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{n}{2n-1}\right]^{2n-1}$

$l)\sum_{n=1}^{\infty}\left[\left(\frac{n+1}{n}\right)^n+\frac{2n}{n-1}\right]^{-n}$

$m)\sum_{n=1}^{\infty}n\ e^{-n^2}$

$n)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(Ln\ n)^n}$

$o)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1\cdot 3\cdot 5\cdots(2n-1)}{2\cdot 4\cdot 6\cdots 2n}$

$p)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{n}-\frac{2}{3}}$

12. - Por comparación averiguar si las siguientes series convergen o divergen.

$a)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n+Ln\ n}$ $c)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{Ln\ n}$

$b)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{sen\ (n\frac{\pi}{2})}{4^n}$ $d)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{sen^4\ n}{n^2}$

13. - Estudiar la convergencia usando el criterio de Pringsheim

$a)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{n^2+1}$ $b)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{n(n+1)(n+2)}}$ $c)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n+5}}{n^3+3}$

14. - Estudiar la convergencia utilizando el criterio del logaritmo.

$a)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{[Ln\ n]^{Ln\ n}}$ $b)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^{(3-cos(\frac{1}{n}))}}$

15. - Sean $a_n = \frac{n+1}{2n^2+1}$ y $b_n = \frac{n-2}{2n^2+n+1}$.

a) Discutir el carácter de las series $\sum a_n$, $\sum b_n$ y $\sum (a_n - b_n)$.

b) ¿Se trata de convergencia condicionada o incondicionada ?.

16. - Distinguir en las siguientes series alternadas, la convergencia absoluta y la condicionada.

$$a)\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{2^n} \qquad d)\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{\frac{n^2+n}{2}}\frac{n}{2^n}$$
$$b)\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{n!} \qquad e)\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{2n+1}{3n+2}$$
$$c)\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{3\cdot 5\cdot 7\cdots(2n+1)}{2\cdot 5\cdot 8\cdots(3n-1)}$$

17. - Estudiar la convergencia de :

a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{3n-1}{5n+3}\right)^n$ b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{x^n}{n}$

18. - Estudiar el carácter y sumar

$$a)\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{3}{4}\right)^n \quad b)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n+3^n}{6^n} \quad c)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2}{3^{n-1}}$$

19. - Calcular las siguientes sumas:

a) $S = \frac{1}{2}\,3 + \frac{1}{2^2}\,7 + \frac{1}{2^3}\,11 + \cdots$

b) $S = \frac{1}{1\cdot 3\cdot 5} + \frac{1}{3\cdot 5\cdot 7} + \frac{1}{5\cdot 7\cdot 9} + \cdots$

c) $\displaystyle S = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n^2+3}{2\,3^n}$

20. - Sumar la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n(n+1)^2}$ sabiendo que $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+1)^2} = \frac{\pi^2}{6} - 1$.

21. - Estudiar el carácter y sumar si es posible las series:

$$a)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2+1}{2^n} \qquad b)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n-1}{3^n} \qquad c)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3n+2}{5^n}$$
$$d)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n^2+n+1}{4^n} \qquad e)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+2)(n+3)} \qquad f)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(x+n-1)(x+n)(x+n+1)}$$
$$g)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^3+1}{n!} \qquad h)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3n-1}{n(n+1)(n+2)}$$

22. - Sumar las series:

$$a)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3n^2+2n+6}{(n+2)!} \quad b)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3n+2}{2^{n-1}}$$
$$c)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3n+4}{n^3+3n^2+2n} \quad d)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n+3}{n(n+1)3^n}$$

23. - Sumar cuando sea posible:

$$a)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2-2\sqrt{2}n+1} \quad b)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+12}{n^3+5n^2+6n} \quad c)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}$$
$$d)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4}{4n^2-1} \quad e)\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n^2-1} \quad f)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(4n-1)^2-1}$$
$$g)\sum_{n=2}^{\infty} Ln\left(1-\frac{1}{n^2}\right) \quad h)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n+1)(n-1)}{n!} \quad i)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2-6n+5}{(n+2)!}$$
$$j)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}{\sqrt{n^2+n}} \quad k)\sum_{n=2}^{\infty}\frac{Ln\left(\left(1+\frac{1}{n}\right)^n(1+n)\right)}{Ln\ (n^n)\ Ln\ [(n+1)^{n+1}]}$$

24. - Sabiendo que $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}=\frac{\pi^2}{6}$, $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^4}=\frac{\pi^4}{90}$, $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^6}=\frac{\pi^6}{945}$. Calcular las sumas:

$$a)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{12}{n^2} \quad b)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2+3}{n^4} \quad c)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5n^2-6}{n^6}$$

25. - Sumar la serie:

$1+(a+b)+(a^2+ab+b^2)+\cdots+(a^n+a^{n-1}b+a^{n-2}b^2+\cdots+ab^{n-1}+b^n)+\cdots$
siendo $|a|<1$ $|b|<1$ $a\neq b$.