1. .- Calcular el valor de a y b para que $\dfrac{3b-2ai}{4-3i}$ sea real y de módulo unidad.

2. .- Hallar dos números complejos tales que su suma sea $1+6i$ y su cociente imaginario puro. Suponer además que la parte real del que se toma como divisor al calcular el cociente es -1.

3. .- Hallar el lugar y trazar las gráficas correspondientes de los puntos z tales que:

   (a) $|z| = 3$
   (b) $|z-i| = 5$
   (c) $4 < |z-1|$

4. .- Efectuar cada una de las operaciones indicadas:

   (a) $\sqrt[2]{2+2i}$
   (b) $\sqrt[3]{5+12i}$
   (c) $\dfrac{(2+i)(3+2i)(1+2i)}{(1+i)^2}$
   (d) $3\left(\dfrac{1+i}{1-i}\right)^2 - 2\left(\dfrac{1-i}{1+i}\right)^3$
   (e) $\left(\dfrac{\sqrt[2]{3}-i}{\sqrt[2]{3}+i}\right)^4 \left(\dfrac{1+i}{1-i}\right)^5$
   (f) $(-4-4i)^{\frac{1}{5}}$
   (g) $i^{\frac{2}{3}}$
   (h) $(64)^{\frac{1}{6}}$

5. .- Hallar el valor numérico de las siguientes expresiones:

   (a) $[3(cos\ 40^\circ + isen\ 40^\circ)][4(cos\ 80^\circ + isen\ 80^\circ)]$
   (b) $\dfrac{\left(2e^{i\frac{\pi}{12}}\right)^7}{\left(4e^{i\frac{\pi}{4}}\right)^3}$
   (c) $\left(\dfrac{1+\sqrt{3}i}{1-\sqrt{3}i}\right)^{10}$

6. .- Determinar un complejo cuyo cuadrado sea igual a su conjugado.

7. .- Demostrar que la suma de las raices de la unidad es cero.

8. .- La suma de dos complejos es $2+3i$; la parte real de uno de ellos es 1. Hallar dichos complejos, sabiendo que su cociente es un número imaginario puro.

9. .- Calcular el cociente: $\dfrac{(1+i)^5}{1+i^5}$

10. .- Hallar el valor de: $\left(\sqrt{3}+i\right)^n + \left(\sqrt{3}-i\right)^n$

11. .- Resolver las ecuaciones:

    (a) $z^4+81=0$
    (b) $z^6+1=\sqrt{3}i$
    (c) $5z^2+2z+10=0$
    (d) $z^2+(i-2)z+3-i=0$
    (e) $z^5-2z^4-z^3+6z-4=0$
    (f) $z^4+z^2+1=0$

12. .- Probar que:

    (a) $sen\ 3\theta = 3sen\ \theta - 4sen^3\theta$
    (b) $cos\ 3\theta = 4cos^3\theta - 3cos\ \theta$
    (c) $cos\ 5\theta = 16cos\ ^5\theta - 20cos\ ^3\theta + 5cos\ \theta$

13. .- Hallar los valores de z para los cuales:

    (a) $e^{3z}=1$
    (b) $e^{4z}=i$

14. .- Mostrar que $ln\left(-\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}i\right) = \left(\dfrac{4\pi}{3}+2k\pi\right)i, k=0,\pm1,\pm2,\pm3,\ldots$. ¿Cuál es el valor principal?.

15. .- Obtener todos los valores y el valor principal en su caso de:

    (a) $ln(-4)$
    (b) $ln(3i)$
    (c) $ln\left(\sqrt{3}-i\right)$.

16. .- Demostrar que el valor principal del complejo

$$A=\frac{2}{i}ln\left(\frac{1+i}{1-i}\right)$$

es π.

17. .- Expresar en forma binómica el complejo:

$$\left[\frac{1+sen\ x+icos\ x}{1+sen\ x-icos\ x}\right]^n$$

18. .- Calcular:

(a) $\sqrt[4]{8-\sqrt{3}i}$
(b) $(1+i)^{e^{-i}}$

19. .- Calcular $log_{\sqrt{3}-i}\left(\sqrt{2}-\sqrt{2}i\right)$.¿Puede valer alguna vez 1 ?.

20. .- Sea $z_1=\dfrac{az+b}{cz+d}$ donde a, b, c y d son números reales. Demostrar que:

$$z_1-\overline{z_1}=\frac{(ad-bc)\,(z-\overline{z})}{|cz+d|^2}$$

Si $ad-bc>0$, probar que las partes imaginarias de z y z_1 tienen el mismo signo.

21. .- Sean a y b dos números complejos distintos y de módulo la unidad. Demostrar que cualquiera que sea el número complejo z, el número:

$$w=\frac{z+ab\overline{z}-(a+b)}{a-b}$$

tiene por cuadrado un número real negativo.

22. .- Siendo ω y z dos números complejos distintos, probar que si:

$$\frac{i(\omega+z)}{\omega-z}$$

es real, se verifica:$|\omega|=|z|$.

23. .- Hallar las condiciones que deben cumplir los complejos u y v para que:

$$\frac{u+v}{1+uv}\ ,\ \frac{u-v}{1+uv}i\ ,\ \frac{1-uv}{1+uv}$$

sean a la vez reales.

24. .- Hallar el lugar geométrico del afijo de z tal que los complejos z, z^2 y z^4 esten alineados.

25. .- Sabiendo que x es una de las raices séptimas de la unidad. Calcular el valor de $E = \frac{x}{1+x^2} + \frac{x^2}{1+x^4} + \frac{x^3}{1+x^6}$.

26. .- Hallar el lugar geométrico descrito por los afijos w sabiendo que los afijos de z describen una circunferencia de centro el origen de coordenadas y de radio 4 estando ligados por $\frac{z+1}{z}$.

27. .- Hallar las raices cúbicas de -8.

28. .- Hallar el argumento de un complejo que tenga de módulo 1 y sea de la forma:

$$(1 + i)^{\frac{9\pi}{4} + i\, ln\, \sqrt{2}}$$

29. .- Encontrar la condición necesaria y suficiente para que $z_1, z_2, z_3 \in \mathbb{C}$, estén en una recta.

30. .- Resolver la ecuación

$$e^{\frac{z+1}{z-1}} = 1 + i.$$