

MÉTODOS MATEMÁTICOS DE LA TÉCNICA

Cálculo vectorial: Ejercicios

- Geometría del espacio

1. Determinar la ecuación del plano que pasa por los puntos A(1, 2, -1), B(2, 3, 1) y C(3, -1, 2).
2. Dibujar la esfera de radio 4 centrada en el origen así como la curva intersección con el plano $z=1$.
3. Representar gráficamente la superficie de ecuación:

$$x = (4 + 2 \sin(u)) \cos(v), \quad y = (4 + 2 \sin(u)) \sin(v), \quad z = 4 + 2 \cos(u), \quad 0 \leq u, u \leq 2\pi, \\ 0 \leq v, v \leq 2\pi$$

¿Puedes dar una idea de cómo general esta superficie?

4. Representar gráficamente la catenoide de ecuación $\cosh z = \sqrt{x^2 + y^2}$.
5. Representar gráficamente la función $h(x, y) = \ln(|x^2 + y^2 - 6|)$ sobre la región delimitada por $x^2 + y^2 = 25$.
Calcular sus curvas de nivel para $z=1$.

- Cálculo diferencial

1. Calcular: a) $\frac{\partial^3}{\partial y \partial x \partial x} (e^{(\pi x^2 y)})$. b) $\frac{\partial^8}{\partial y^3 \partial x^5} \left(\frac{\cos(x-y)}{x^4} \right)$.
2. Determinar la mejor aproximación lineal de la superficie $f(x, y) = \sin(x^2 + y^2)$ en el punto $(\sqrt{\frac{\pi}{2}}, \sqrt{\frac{\pi}{2}})$. Representar gráficamente ambas superficies.
3. Si $f(x, y) = 2x e^{(y^2)} - x^2 \sin(y^2)$, hallar su gradiente en el punto (1, 1). Así mismo, determinar en este punto la derivada direccional en la dirección del vector $v=(-2,3)$:
4. Estudiar y clasificar los extremos de las siguientes funciones
 - a) $f(x, y) = x y - x^2 - y^2 - 2x - 2y + 4$
 - b) $f(x, y) = \frac{x^3}{3} + 9y^3 - 4xy$
5. Determinar el máximo de $z = -4x^3 y^2$ donde (x, y) debe ser un punto del círculo unidad centrado en el origen.

- Cálculo integral

1. Calcular: a) $\int_0^1 \int_0^1 \sqrt{4 - x^2 - y^2} \, dx \, dy$ b) $\int_{-1}^2 \int_{x^2}^{x+2} \sqrt{y - x^2} \, dy \, dx$.

2. Determinar el volumen del sólido encerrado por las superficies $z = x^2 + 4y^2$ y $z = 12 - 2x^2 - 2y^2$.